

Раздел 2 Механика абсолютно упругого тела

Тема 2.1 Общие положения механики абсолютно упругого тела

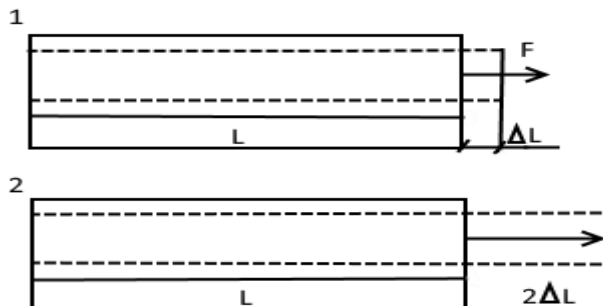
В 1675 г. Роберт Гук опубликовал в одном из научных журналов анаграмму «aceiiinssttuv», которая представляла собой формулировку закона, зашифрованную путем перестановки букв. Это была заявка на открытие. Через год, когда Гук окончательно убедился в справедливости открытого им закона, проделав множество опытов с самыми разными предметами, он опубликовал уже незашифрованную формулировку: «Ut tensio sic vis» («Каково удлинение, такова и сила»), Р. Гук работал в исследовательской лаборатории, ставя опыты для подтверждения тех или иных предположений ученых. Благодаря наблюдательности и исследовательскому складу ума ему удалось сделать ряд открытий, которые прославили его на весь мир.

Абсолютно упругим называется тело, которое под действием нагрузки изменяет формы и размеры, но после прекращения действия нагрузок тело *полностью восстанавливает первоначальную форму или размеры*.

Опыты Гука

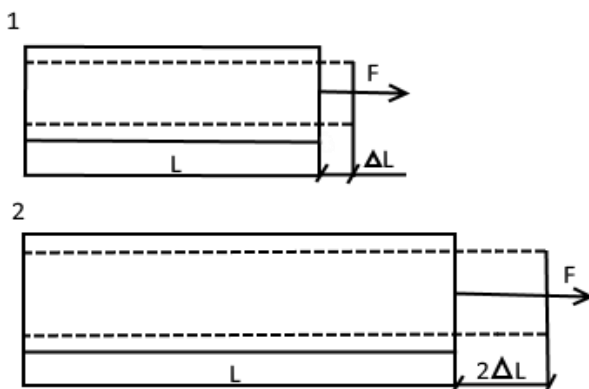
Опыт Гука №1.

Удлинение тела прямо пропорционально приложенной силе.



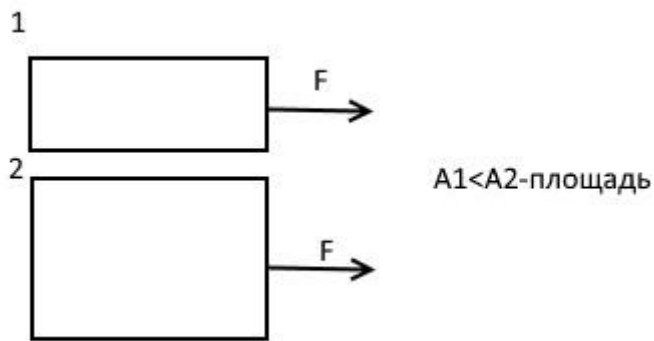
Опыт Гука №2

Удлинение прямо пропорционально длине.



Опыт Гука №3

Чем больше площадь, тем меньше удлинение



Опыт Гука №4



$$\Delta L = \frac{F \cdot L}{A \cdot E} \leftarrow \text{Закон Гука}$$

F -сила E -модуль упругости L -длина A -площадь

E - характеризует жесткость материала

$A \cdot E$ -характеризует жесткость сечения при растяжении

$$\% \quad \epsilon = \frac{\Delta L}{L} \leftarrow \text{Относительное удлинение}$$

Тема 2.2 Определение перемещений в статически определимых системах

Перемещение. Угол поворота при изгибе.

Понятия «деформация», «перемещения» и «углы поворота» (о последних будет сказано далее) синонимичны, но вместе с тем каждое из них несет и специфическую смысловую нагрузку. Под *деформацией* обычно понимают изменение размеров и формы тела в целом под действием внешних сил.

Вследствие деформации тела могут испытывать удлинение, укорочение, изгиб. Такие деформации принято называть соответственно деформациями растяжения, сжатия, изгиба. Подробнее об этих и других наиболее распространенных видах деформации говорится в разделе 3.

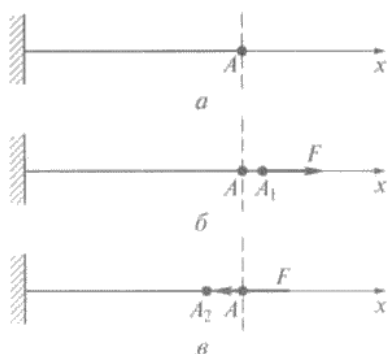


Рис. 1. Положения крайней точки стержня до приложения силы (а), при растяжении (б) и при сжатии (в)

Любые деформации сопровождаются тем, что разные точки тела меняют свое положение или, точнее говоря, свои координаты. Например, крайняя точка A стержня (рис. 1, а) под действием растягивающей силы F вследствие удлинения стержня перемещается в положение A_1 (рис. 1, б). Расстояние, которое преодолевает точка при переходе из начального положения в конечное, называют *перемещением*. В рассматриваемом случае отрезок AA_1 является перемещением точки A вдоль оси x . Иногда его называют линейным перемещением точки, но мы будем опускать это уточнение. При укорочении стержня, вызванном его сжатием под действием силы F , точка A перемещается в положение A_2 т.е. ее перемещением является отрезок AA_2 (рис. 1, в).

При изгибе балки (рис. 2) перемещениями точек A , B и C являются соответственно расстояния AA_1 , BB_1 и CC_1 , которые представляют собой изменения координаты u точек, находящихся на расстояниях x_1 , x_2 и x_3 и от начала координат.

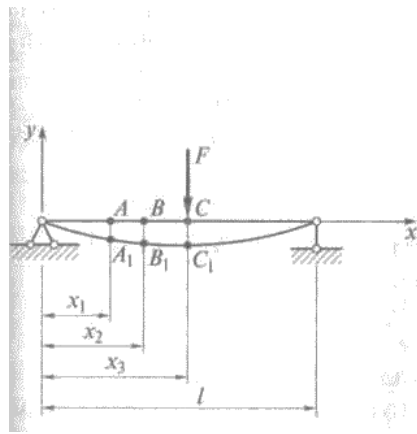


Рис 2

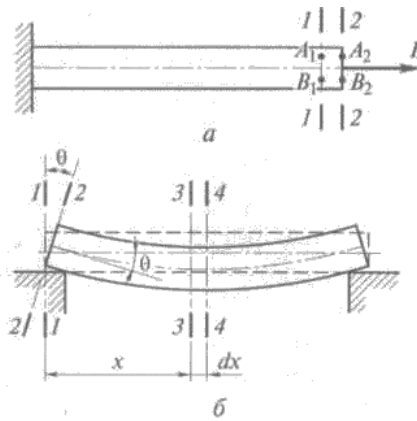


Рис 3

В общем виде эти перемещения принято обозначать $y(x)$. Вертикальные перемещения точек балки чаще называют ее прогибами.

При растяжении или сжатии брус остается прямолинейным и все сечения просто перемещаются параллельно друг другу. Так, сечение $1-1$ занимает положение $2-2$, при этом все точки сечения, например A и B , совершают одинаковые перемещения: $A_1A_2 = B_1B_2$ (рис. 3, а).

Поэтому деформации бруса вполне можно охарактеризовать удлинением или перемещением его конца.

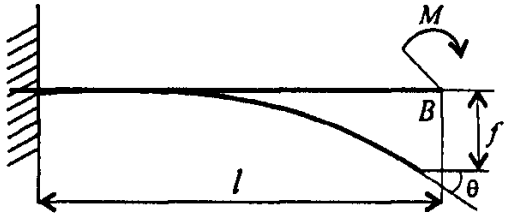
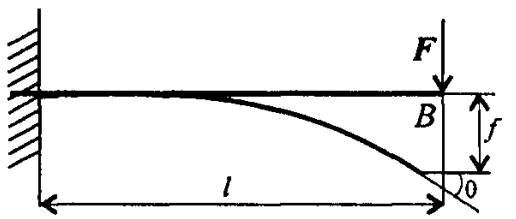
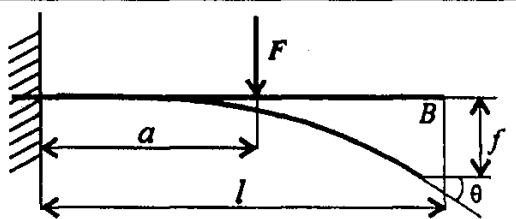
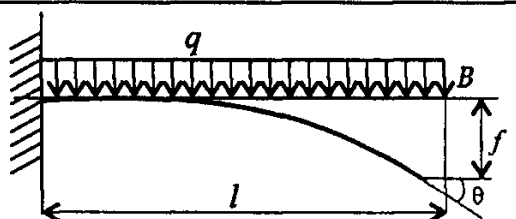
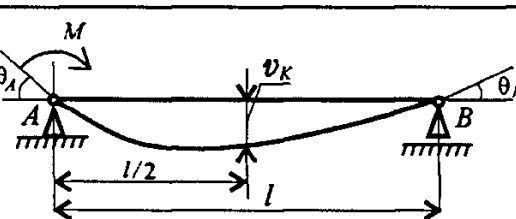
При изгибе кроме вертикальных перемещений наблюдается еще и поворот многих сечений. Например, на левой опоре сечение $1-1$ занимает положение $2-2$, т.е. поворачивается на некоторый угол, который обозначают греческой буквой θ (тэта) (рис.3, б). Эту букву не следует путать с буквой Q , принятой для обозначения поперечной силы.

Угол поворота θ равен углу между касательной к искривленной оси и осью недеформированного бруса. С теоретической точки зрения перемещения и углы поворота одинаково важны, но на практике перемещения представляют больший интерес, так как с ними чаще связаны расчеты на жесткость.

Перемещения измеряют в единицах длины (обычно в сантиметрах или миллиметрах), а углы поворота — в радианах.

Перемещения и углы поворота могут быть найдены опытным (экспериментальным) путем, т.е. путем измерения их в каждом конкретном случае, что довольно сложно и дорого. Принятая модель тела, исходящая из его абсолютной упругости, позволяет определять их с помощью математических формул.

Формулы для определения прогибов и углов поворота сечений балок

Схема нагружения балки	Максимальный прогиб f и прогиб v_K в сечении K	Угол поворота θ указанного сечения
	$f = \frac{Ml^2}{2EJ_x}$	$\theta_B = \frac{Ml}{EJ_x}$
	$f = \frac{Fl^3}{3EJ_x}$	$\theta_B = \frac{Fl^2}{2EJ_x}$
	$f = \frac{Fa^2}{2EJ_x} \left(l - \frac{a}{3} \right)$	$\theta_B = \frac{Fa^2}{2EJ_x}$
	$f = \frac{ql^4}{8EJ_x}$	$\theta_B = \frac{ql^3}{6EJ_x}$
	$v_K = \frac{Ml^2}{16EJ_x}$	$\theta_A = \frac{Ml}{3EJ_x}$ $\theta_B = \frac{Ml}{6EJ_x}$