

Тема 1.3. Плоская система произвольно расположенных сил

Условия равновесия тела под действием произвольной системы сил

Плоская система произвольно расположенных сил

Силы расположены в одной плоскости, но лежат произвольно.

Условия равновесия тела под действием произвольной системы сил

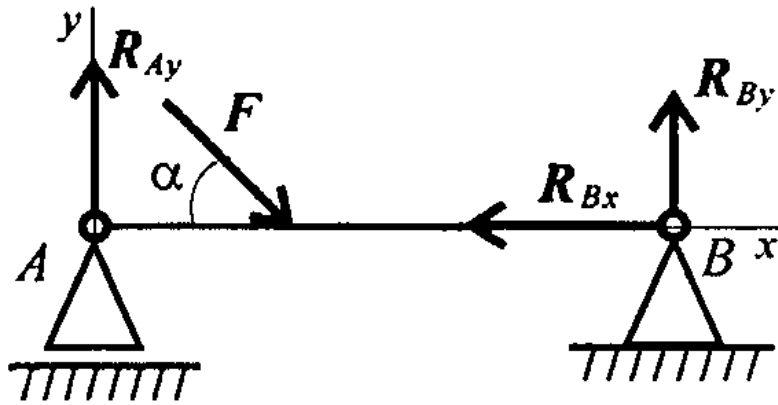
I форма равновесия	II форма равновесия	III форма равновесия
$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \\ \sum M_C = 0 \end{array} \right.$

Балки и балочные системы.

1. Консольная балка

Схема	Неизвестные величины	Система уравнений
	R_{Ay} R_{Ax} M_{RA}	$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \\ \sum M_A = 0 \end{array} \right.$
		Проверка $\sum M_B = 0$

2. Балки на двух опорах.

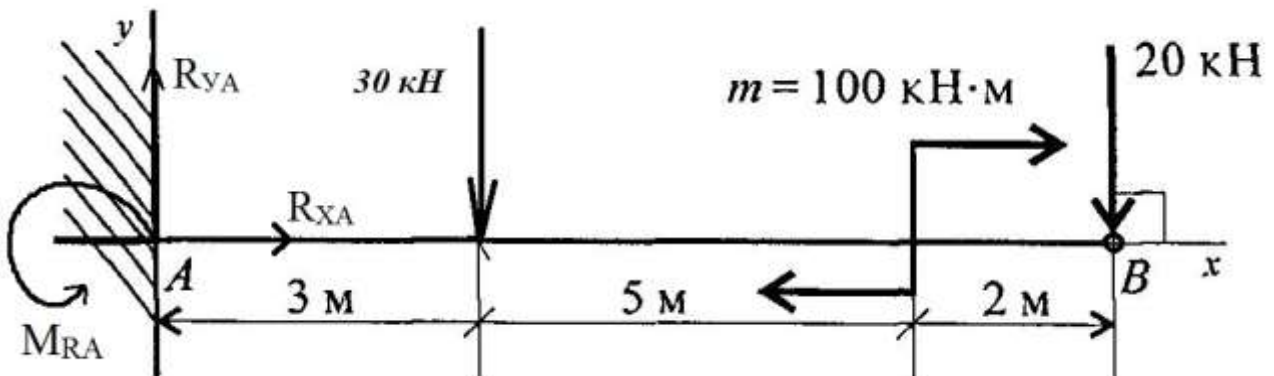


Неизвестные величины	Система уравнений
R_{Ay} R_{Bx} R_{By}	$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{cases}$
	Проверка $\sum F_y = 0$

Определение опорных реакций балок

Задача 1.

Для заданной консольной балки определить реакции заделки.



Найти: R_{yA} , R_{xA} , M_{rA}

Решение:

x: R_{XA} ;

y: R_{YA} ; -30; -20

M_A : $-M_{RA}$; 30·3; 100; 20·10

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} R_{XA} = 0 \\ R_{YA} - 30 - 20 = 0 \\ -M_{RA} + 90 + 100 + 200 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} R_{XA} = 0 \\ R_{YA} = 50 \text{ кН} \\ M_{RA} = 390 \text{ кН}\cdot\text{м} \end{array} \right.$$

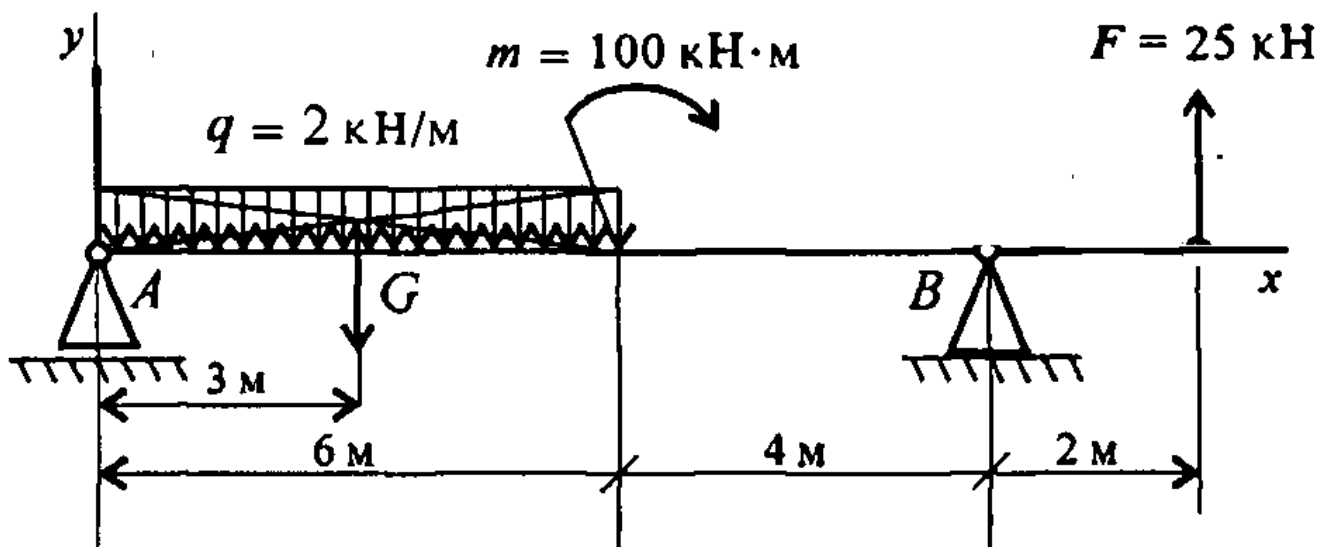
Проверка:

$$\sum M_B = 0; R_{YA} \cdot 10 - M_{RA} - 30 \cdot 7 + 100 = 500 - 390 - 210 + 100 = 0$$

Ответ: $R_{XA} = 0$; $R_{YA} = 50 \text{ кН}$; $M_{RA} = 390 \text{ кН}\cdot\text{м}$

Задача 2.

Для заданной двухопорной балки определить реакции опор.



Дано: $F=25$ кН; $M=100$ кН·м; $q=2$ кН/м

Найти: R_{YA} ; R_{YB} ; R_{XB}

Решение:

$$Q=q \cdot l=2 \cdot 6=12 \text{ кН}$$

х: R_{YB}

$$M_A: Q \cdot 3; M; -R_{YB} \cdot 10; -F \cdot 12$$

$$M_B: R_{YA} \cdot 10; -Q \cdot 7; M; -F \cdot 2$$

$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases} \begin{cases} R_{XB}=0 \\ Q \cdot 3 + M - R_{YB} \cdot 10 - F \cdot 12 = 0 \\ R_{YA} \cdot 10 - Q \cdot 7 + M - F \cdot 2 = 0 \end{cases} \begin{cases} R_{XB}=0 \\ 12 \cdot 3 + 100 - R_{YB} \cdot 10 - 25 \cdot 12 = 0 \\ R_{YA} \cdot 10 - 12 \cdot 7 + 100 - 25 \cdot 2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{XB}=0 \\ -R_{YB} \cdot 10 - 164 = 0 \\ R_{YA} \cdot 10 - 34 = 0 \end{cases} \begin{cases} R_{XB}=0 \text{ кН} \\ R_{YB} = -16,4 \text{ кН} \\ R_{YA} = 3,4 \text{ кН} \end{cases}$$

Проверка:

$$\sum F_y = 0; R_{YA} - Q + R_{YB} + F = 0$$

$$3,4 - 12 + (-16,4) + 25 = 0$$

Ответ: $R_{XB}=0$ кН; $R_{YB}=-16,4$ кН; $R_{YA}=3,4$ кН

Определение внутренних усилий в сечениях балки.

Правила знаков для определения внутренних усилий.

Элементы конструкции при работе испытывают внешнее воздействие, которое оценивается величиной внешней силы. К внешним силам относят активные силы и реакции опор.

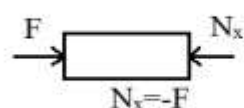
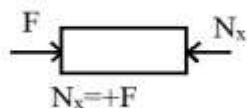
Под действием внешних сил в детали возникают внутренние силы, стремящиеся вернуть телу первоначальную форму и размеры.

Внутренние силы определяются **методом сечений**.

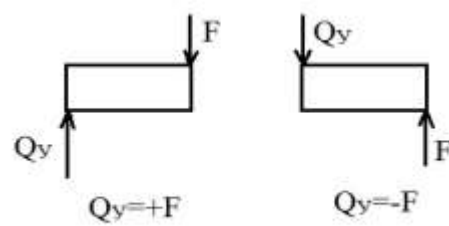
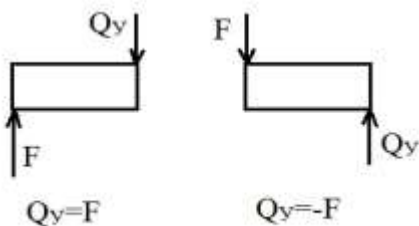
Обозначение	Наименование
N_x	Продольная сила
Q_y	Поперечная сила
$M_{ИЗ}$	Изгибающая сила

Правило знаков

Растяжение и сжатие



Сдвиг и поперечный изгиб

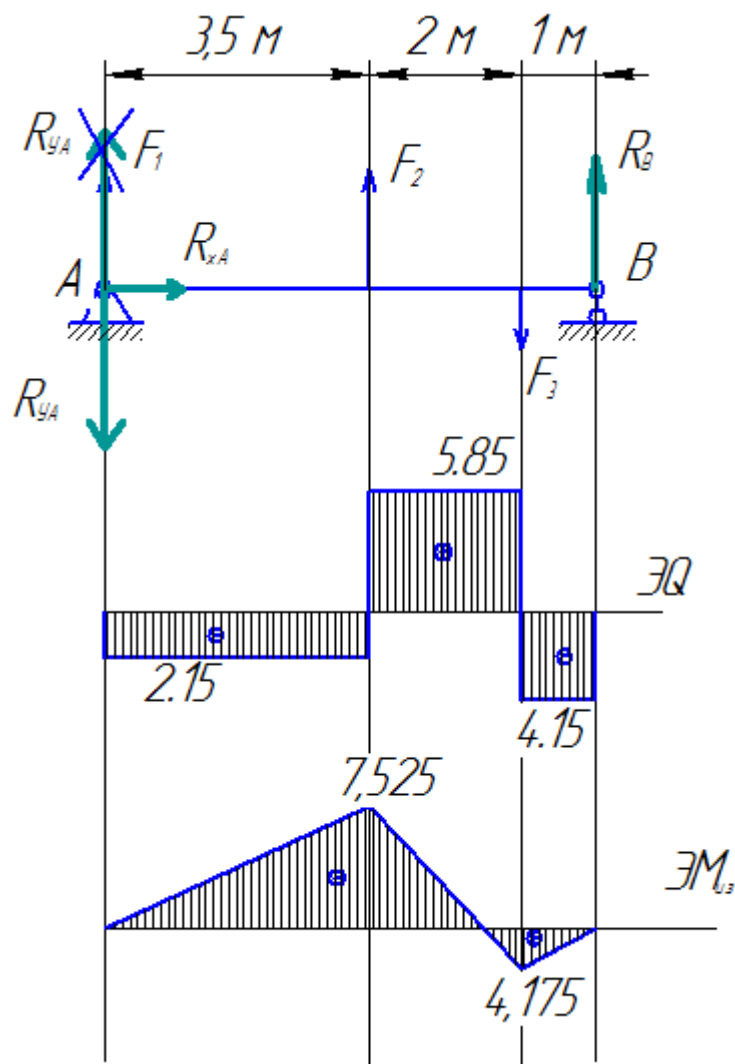


Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов способами «по участкам»

Эпюра – это график изменения внутренней силы по всей длине балки.

Опасное сечение – это максимальное значение внутренней силы по длине балки.

Задача. Определить реакции двухопорной балки и построить эпюру поперечных сил и изгибающего момента, если $F_1=5$ кН, $F_2=8$ кН, $F_3=10$ кН



Дано: $F_1=5$ кН; $F_2=8$ кН; $F_3=10$ кН

Найти: R_{yA} ; R_{xA} ; R_{yB}

Решение:

1. Определяем реакции опор

$$\begin{cases} \sum F_x=0 \\ \sum M_A=0 \\ \sum M_B=0 \end{cases} \begin{cases} R_{XA}=0 \\ -F_2 \cdot 3,5 + F_3 \cdot 5,5 - R_{YB} \cdot 6,5 = 0 \\ F_1 \cdot 6,5 + R_{YA} \cdot 6,5 + F_2 \cdot 3 - F_3 \cdot 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{XA}=0 \\ -28 + 55 - R_{YB} \cdot 6,5 = 0 \\ 32,5 + R_{YA} \cdot 6,5 + 24 - 10 = 0 \end{cases} \begin{cases} R_{XA} = 0 \text{ кН} \\ R_{YB} = 4,15 \text{ кН} \\ R_{YA} = -7,15 \text{ кН} \end{cases}$$

Проверка:

$$\sum F_y = 0; F_1 + R_{YA} + F_2 - F_3 + R_{YB} = 0$$

2. Определяем значение поперечных сил

$$0 \leq Z_1 \leq 3,5 \text{ м.}$$

$$Q_{Y1} = F_1 - R_{YA} = 5 - 7,15 = -2,15 \text{ кН}$$

$$3,5 \leq Z_2 \leq 5,5 \text{ м.}$$

$$Q_{Y2} = F_1 - R_{YA} + F_2 = 5 - 7,15 + 8 = 5,85 \text{ кН}$$

$$0 \leq Z_3 \leq 1 \text{ м.}$$

$$Q_{Y3} = R_{YB} = -4,15 \text{ кН}$$

3. Определяем значение изгибающего момента

$$0 \leq Z_1 \leq 3,5 \text{ м}$$

$$M_{ИЗ1} = -R_{YA} \cdot Z_1 + F_1 \cdot Z_1$$

$$\text{при } Z_1 = 0, M_{ИЗ1} = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$\text{при } Z_1 = 3,5, M_{ИЗ1} = -7,15 \cdot 3,5 + 5 \cdot 3,5 = -7,525 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{ИЗ2} = -R_{YA} \cdot Z_2 + F_1 \cdot Z_2 + F_2 \cdot (Z_2 - 3,5)$$

$$\text{при } Z_2 = 3,5, M_{ИЗ2} = -7,525 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$\text{при } Z_2 = 5,5, M_{ИЗ2} = -7,15 \cdot 5,5 + 5 \cdot 5,5 + 8 \cdot (5,5 - 3,5) = 4,175 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$0 \leq Z_3 \leq 1 \text{ м}$$

$$M_{ИЗ3} = R_{YB}$$

$$\text{при } Z_3 = 0, M_{ИЗ3} = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$\text{при } Z_3 = 1, M_{ИЗ3} = 4,15 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

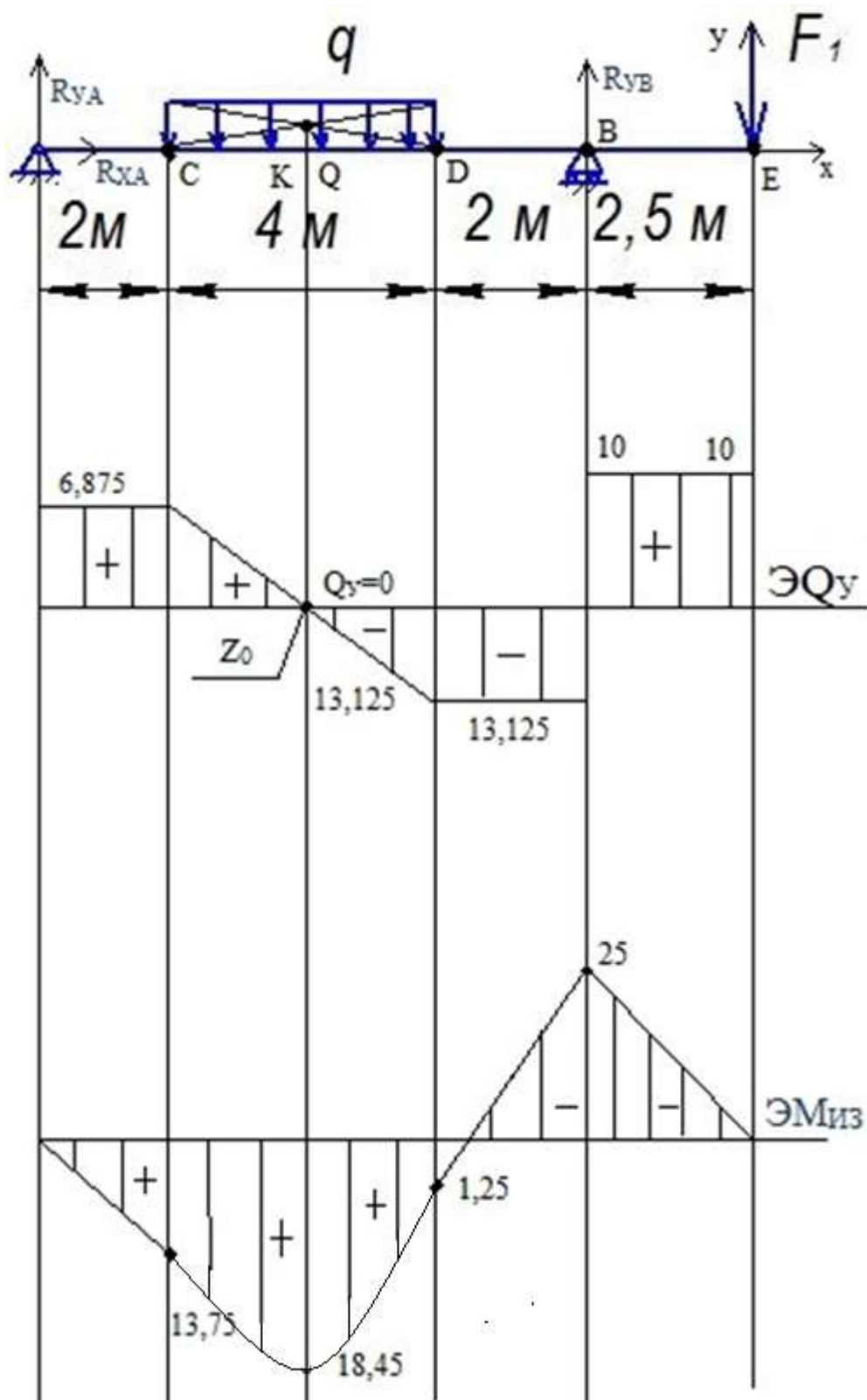
Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов способом

«по характерным точкам»

Правила построения эпюр

1. На участке, где действует сосредоточенная сила на эпюре Q_y , возникает скачок на величину приложенной силы, а на эпюре $M_{из}$ излом.
2. На участке, где действует равномерная распределённая нагрузка на эпюру Q_y - наклонная прямая, на эпюре $M_{из}$ – парабола.
3. В сечении балки, где приложен момент на эпюре $M_{из}$ - скачок на величину момента, а на эпюре Q_y – ничего.
4. В сечении на конце балки поперечная сила равна сосредоточенной силе или реакции заделки.
5. На свободном конце балки момент равен 0, исключение: внешний момент или реактивный момент.
6. При определении Q_y по характерным точкам в сечении, где приложена сосредоточенная сила, необходимо рассмотреть "слева" и "справа", в сечении, где приложен момент при определённом $M_{из}$, рассмотреть "слева" и "справа".

Задача 1. Определить реакции опор и построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. $F_1 = 10$ кН, $q = 5$ кН/м



Дано: $F_1=10\text{кН}$; $q=5\text{кН/м}$

Найти: R_{yA} ; R_{xA} ; R_{yB} ; $ЭQ_y$; $ЭM_{из}$

Решение:

$$Q=q \cdot l=5 \cdot 4=20 \text{ кН}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} R_{XA} = 0 \\ Q \cdot 4 - R_{YB} \cdot 8 + F_1 \cdot 10,5 = 0 \\ R_{YA} \cdot 10,5 - Q \cdot 6,5 + F_1 \cdot 2,5 = 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{XA} = 0 \\ R_{YB} \cdot 8 = 20 \cdot 4 + 10 \cdot 10,5 \\ R_{YA} \cdot 8 = 20 \cdot 6,5 - 10 \cdot 2,5 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} R_{XA} = 0 \\ R_{YB} = 23,185 \text{ кН} \\ R_{YA} = 6,875 \text{ кН} \end{array} \right.$$

Проверка:

$$\sum F_y = 0; R_{YA} - Q + R_{YB} - F_1 = 0$$

2. Определяем значения поперечных сил

$$Q_{YA} = R_{YA} = 6,875 \text{ кН}$$

$$Q_{YC} = R_{YA} = 6,875 \text{ кН}$$

$$Q_{YD} = R_{YA} - Q = -13,125 \text{ кН}$$

$$Q_{Y\text{всл.}} = R_{YA} - Q = -13,125 \text{ кН}$$

$$Q_{Y\text{вспр.}} = R_{YA} - Q + R_{YB} = -13,125 + 23,125 = 10 \text{ кН}$$

$$Q_{Y\text{есл.}} = R_{YA} - Q + R_{YB} = -13,125 + 23,125 = 10 \text{ кН}$$

$$Q_{Y\text{еспр.}} = R_{YA} - Q + R_{YB} - F_1 = 0$$

3. Определяем значение изгибающего момента

$$M_{ИЗА} = 0 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M_{ИЗС} = R_{YA} \cdot 2 = 13,75 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M_{ИЗD} = R_{YA} \cdot 6 - Q \cdot 2 = 1,25 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M_{ИЗB} = R_{YA} \cdot 8 - Q \cdot 4 = -25 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M_{ИЗЕ} = 0 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

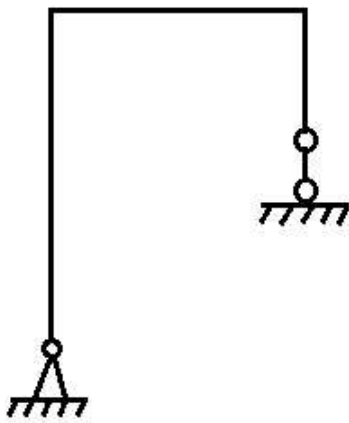
$$Z_0 = Q_{\text{услев.}} / q = 6,875 / 5 = 1,375 \text{ м}$$

$$M_{ИЗК} = R_{YA} \cdot (2 + 1,375) - (q \cdot 1,375 \cdot 1,375) / 2 = 11,453 + 4,726 = 18,45 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

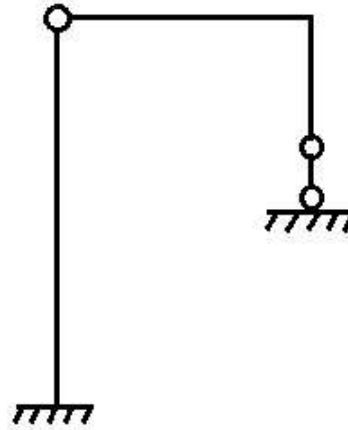
Рамы и рамочные системы. Элементы рамных систем. Типы рам.

Определение реакций опор рамы.

Это система, состоящая из стержней (жёстких стержней, балок).



2-х опорах



2-х опорах; 1 шарнир простой